

УДК 621.7.044

Гайкова Т. В.
Черныш А. А.
Пузырь Р. Г.

ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО МЕТАЛЛА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РЕЖИМОВ ТЕРМООБРАБОТКИ

Большие перспективы имеет применение биметаллов для изготовления неразъемных контактов в электрических цепях. Именно на эти контакты приходится основная доля потерь электроэнергии в токонесущих деталях. Применение биметаллических контактов вызывается следующими причинами: конструированием шинопроводов, электродов и других деталей из разнородных металлов; необходимость создания коммутирующего контакта между токоведущими немедными деталями; применение составных токоведущих деталей в целях экономии дорогостоящих и дефицитных металлов; увеличением механической прочности токоведущих деталей, изготовленных из высокопластичных металлов и сплавов [1, 2].

Изготовление контактов связано с процессами обработки металлов давлением и при их проектировании необходимо знать основные механические характеристики используемых металлов [3].

Экспериментальные данные об изменении механических свойств в процессе деформирования, полученные для какой-либо марки металла или сплава, используются при расчетах только для одного материала. Поэтому создание эмпирических зависимостей, выражающих изменение механических характеристик слоистых металлов от температуры и времени отжига, является практической необходимостью.

Целью работы являются определение предела прочности биметалла медь – алюминий на основе построения регрессионной модели по данным полного факторного эксперимента.

Растяжение биметаллических образцов алюминий – медь проводилось согласно методике описанной в ГОСТ 1497-84, дополненной и уточненной согласно наличному оборудованию и особенностям испытания.

Проведенный эксперимент по определению механических свойств биметалла алюминий – медь является полным факторным экспериментом. Проведенный эксперимент относится к ПФЭ типа 2².

Обработка результатов ПФЭ состоит из следующих этапов: кодирование факторов, составление план – матрицы эксперимента, проверки воспроизводимости опытов, проверка адекватности линейной модели и оценка значимости коэффициентов регрессии.

Кодирование факторов необходимо для перевода натуральных факторов (температура и время отжига) в безразмерные величины, чтобы иметь возможность построить стандартную ортогональную план – матрицу эксперимента. Кодировали факторы и заносили результаты кодирования в табл. 1 [4].

Таблица 1

Кодирование факторов

Интервал варьирования и уровень факторов	Температура отжига, °С	Время отжига, час
Нулевой уровень, $X_i=0$	225	3,5
Интервал варьирования δ_i	75	1,5
Нижний уровень, $X_i=-1$	150	2
Верхний уровень, $X_i=+1$	300	5
Кодовое обозначение	X1	X2

По результатам кодирования факторов строим план-матрицу ПФЭ типа 2² и результаты заносим в табл. 2

Таблица 2

План матрицы ПФЭ типа 2^2

Опыт	X1	X2
1	-1	-1
2	+1	+1
3	+1	-1
4	+1	+1

Расширяем план – матрицу, вводя столбец X1X2, позволяющий оценить коэффициент регрессии при взаимодействии факторов [4]. Результаты расширения план – матрицы заносим в табл. 3.

Таблица 3

Условия и результаты опытов

Опыт	X1	X2	X1X2	y_n
1	-1	-1	+1	28,57
2	-1	+1	-1	22,8
3	+1	-1	-1	25,4
4	+1	+1	+1	25

Проверка воспроизводимости опытов. При одинаковом числе параллельных опытов на каждом сочетании уровней факторов воспроизводимости процесса проверяется по критерию Кохрена [4]:

$$G = \frac{S_u^2 \max}{\sum_{u=1}^n S_u^2} \leq G(0,05; f_n; f_u), \quad (1)$$

где S_u^2 – значение дисперсии;

$$S_u^2 = \frac{\Delta^2}{2}, \quad (2)$$

Δ – разность между наибольшим и наименьшим значениями параметров опыта.

$$\Delta = y_{\max} - y_{\min}, \quad (3)$$

y_{\max} – наибольшее значение измеряемого параметра;

y_{\min} – наименьшее значение измеряемого параметра;

$G(0,05; f_n; f_u)$ – табличное значение критерия Кохрена при 5 % уровне значимости;

$f_n = 4$ – число независимых оценок дисперсии;

$f_u = 1$ – число степеней свободы для каждой оценки.

Процесс считается воспроизводимым, если выполняется неравенство (1).

Таким образом:

$$S_1^2 = \frac{(28,87 - 28,40)^2}{2} = 0,1105, \quad S_u^2 = \frac{(23,06 - 22,6)^2}{2} = 0,1058.$$

Аналогично $S_u^2 = 0,1004$ и $S_u^2 = 0,095$.

$$G = \frac{0,1105}{0,1105 + 0,1058 + 0,1004 + 0,095} = 0,269 \leq G(0,05; 4; 1) = 0,9065.$$

Процесс воспроизводим, так как неравенство (3) выполняется. При этом дисперсия воспроизводимости:

$$S_y^2 = \frac{0,1105 + 0,1058 + 0,1004 + 0,095}{4} = 0,103.$$

Так как процесс воспроизводим, рассчитываем коэффициент регрессии [4]:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^n \bar{y}_u}{n}; \quad (4)$$

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^n x_{i_u} \bar{y}_u}{n}; \quad (5)$$

$$b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^n x_{i_u} x_{j_u} \bar{y}_u}{n}. \quad (6)$$

Таким образом:

$$b_0 = \frac{28,57 + 22,8 + 25,4 + 25}{4} = 25,44, \quad b_1 = \frac{-28,57 - 22,8 + 25,4 + 25}{4} = -0,24,$$

$$b_2 = \frac{-28,57 + 22,8 - 25,4 + 25}{4} = -1,54, \quad b_{12} = \frac{+28,57 - 22,8 - 25,4 + 25}{4} = 1,34.$$

Получили следующее уравнение регрессии:

$$y = 25,44 - 0,24x_1 - 1,54x_2 + 1,34x_1x_2. \quad (7)$$

Проверка адекватности неполной квадратной модели выполняется с помощью критерия Фишера. Адекватность обоснована, если выполняется неравенство [4]:

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S_y^2} \leq F(0,05; f_{ad}; f_y), \quad (8)$$

$$\text{где } S_{ad}^2 = \frac{\sum_{u=1}^n (\bar{y}_u - y_u)^2}{n - k - 1};$$

y_u – расчетное значение отклика в u -м опыте;

$F(0,05; f_{ad}; f_y)$ – критерий Фишера при 5 % уровне значимости;

$f_{ad} = 1$ – число степеней свободы дисперсии адекватности;

$f_y = 4$ – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости.

Проверку адекватности выполняем в следующем порядке. По полученному уравнению (7) находим расчетные значения y_u , их, и все необходимые данные для проверки сводим в табл. 4.

Таблица 4

Проверка адекватности неполной квадратной модели

Опыт	\bar{y}_u	y_u	$(\bar{y}_u - y_u)^2$
1	28,57	28,56	0,0001
2	22,8	22,8	0
3	25,4	25,4	0
4	25	25	0

$$S_{ad}^2 = \frac{0,0001}{4 - 2 - 1} = 0,0001,$$

$$F = \frac{0,0001}{0,103} = 0,01 \leq F(0,05; 1; 4) = 7,7086.$$

Модель адекватна.

Проводим оценку коэффициентов регрессии. Оценка значимости коэффициентов регрессии производится с помощью критерия Стьюдента. Коэффициент считается значимым, если выполняется неравенство [4]:

$$|b_i| \geq \Delta b_i = t(0,05; f_y) \frac{S_y}{\sqrt{n}}, \quad (9)$$

где $t(0,05; f_y) = 2,7764$ – 5 % точка распределения Стьюдента с f_y степенями свободы.

Тогда

$$\Delta b_i = 2,7764 \frac{\sqrt{0,103}}{\sqrt{4}} = 0,445.$$

Все полученные по расчету коэффициенты регрессии, кроме $b_1 = -0,24$, значимы.

ВЫВОДЫ

Полученное уравнение можно применять для определения предела прочности биметалла после интервалов термической обработки, для которых проводились исследования. Эти режимы обработки обеспечивают наибольшую пластичность двухслойной композиции при дальнейшей холодной пластической деформации, что подтверждают опыты проведенные ранее. Незначимый коэффициент при факторе означает, что данный фактор не влияет (или влияет незначимо) на параметр оптимизации. Однако на величину коэффициента регрессии влияет не только роль данного фактора, но также выбранный интервал варьирования. Это значит, что при очень узких пределах изменения фактора в эксперименте его вклад в изменение параметра оптимизации может быть действительно очень малым. Однако только поэтому нельзя еще говорить о том, что фактор является незначимым. Поэтому статистический сигнал о незначимости фактора должен быть по возможности проверен дополнительными опытами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Berski S, Dyja H, Banaszek G, Janik M. *Theoretical analysis of bimetallic rodextrusion process in double reduction die. J Mater Process Technol* 2004, – P. 153–154.
2. *Электротехнический справочник. Справочник в 4-х томах. Т.1. Общие вопросы. Электротехнические материалы.* / Под общ. ред. профессоров МЭИ В. Г. Герасимова [и др.] – М. : Издательство МЭИ, 2003. – 440 с.
3. Тітов В. А. *Напрямки розвитку способів виготовлення біметалевих трубчастих елементів з різнорідних матеріалів витягуванням.* / В. А. Тітов, Р. С. Борис, М. С. Тривайло // *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», серія «Машинобудування», – 2009. – № 56. – С. 154–159.*
4. Винарский М. С. *Планирование эксперимента в технологических исследованиях.* / М. С. Винарский, М. В. Лурье. – К. : Техніка, 1975. – 168 с.

REFERENCES

1. Berski S, Dyja H, Banaszek G, Janik M. *Theoretical analysis of bimetallic rodextrusion process in double reduction die. J Mater Process Technol* 2004, – P. 153–154.
2. *Jeletrotehničeskij spravocnik. Spravočnik v 4-h tomah. T.1. Obshhie voprosy. Jeletrotehničeskie materialy.* / Pod obshh. red. professorov MJeI V. G. Gerasimova [i dr.] – M. : Izdatel'stvo MJeI, 2003. – 440 s.
3. Titov V. A. *Napryamki rozvitku sposobiv vigotovlennja bimetaljevih trubčastih elementiv z riznoriđnih materialiv vitjaguvannjam.* / V. A itov, R. S. Boris, M. S. Trivajlo // *Visnik Nacional'nogo tehničnogo universitetu Ukraїni «Kiїvs'kij politehničnij institut», serija «Mashinobuduvannja», – 2009. – № 56. – S. 154–159.*
4. Vinarskij M. S. *Planirovanie jeksperimenta v tehnologičeskijh issledovanijah.* / M. S. Vinarskij, M. V. Lur'e. – K. : Tehnika, 1975. – 168 s.

Гайкова Т. В. – ст. препод. КрНУ
Черныш А. А. – ст. препод. КрНУ
Пузырь Р. Г. – канд. техн. наук, доц. КрНУ

КрНУ – Кременчугский национальный университет, г. Кременчуг.

E – mail: vldrag@kdu.edu, vldrag@kdu.edu, puzyruslan@gmail.com